

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập

- Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$
- Công thức này gọi là công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

Chú ý: Với hai biến cố A và B , nếu $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$ thì A và B không độc lập.

B

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Quy tắc nhân xác suất cho hai biến cố độc lập

- Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.
- Nếu $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$ thì A và B là hai biến cố không độc lập.

Ví dụ 1: Có hai hộp đựng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Hộp I có 6 quả màu trắng và 4 quả màu đen. Hộp II có 1 quả màu trắng và 7 quả màu đen. Bạn Long lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I, bạn Hải lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xét các biến cố sau:

A : “Bạn Long lấy được quả bóng màu trắng”;

B : “Bạn Hải lấy được quả bóng màu đen”.

a) Tính $P(A)$, $P(B)$ và $P(AB)$.

b) So sánh $P(AB)$ và $P(A) \cdot P(B)$.

Lời giải

a) Ta có: $P(A)$: Xác suất để bạn Long lấy được quả bóng màu trắng từ hộp I là $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

$P(B)$: Xác suất để bạn Hải lấy được quả bóng màu đen từ hộp II là $\frac{7}{8}$.

$P(AB)$: Xác suất để cả hai bạn đều lấy được quả bóng như mô tả là xác suất để bạn Long lấy được quả bóng màu trắng và bạn Hải lấy được quả bóng màu đen là: $\frac{6}{10} \cdot \frac{7}{8} = \frac{21}{40}$

b) $P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{21}{40}$. Vậy ta thấy $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

Do đó, việc lấy hai quả bóng từ hai hộp là độc lập.

Ví dụ 2: Các học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hai loại hạt giống A và B . Xác suất để hai loại hạt giống A và B nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88. Giả sử việc nảy mầm của hạt A và hạt B là độc lập với nhau. Dựng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm;
- Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm;
- Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

Lời giải

a) Xác suất để hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm là:

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,92 \cdot 0,12 = 0,1104$$

b) Xác suất để hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm là :

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,08 \cdot 0,88 = 0,0704$$

c) Xác suất để ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm là bù của xác suất để cả hai loại hạt giống đều không nảy mầm, tức là $1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 1 - 0,88 \cdot 0,12 = 0,9904$

Ví dụ 3: Cho A và B là hai biến cố độc lập.

- Biết $P(A) = 0,6$ và $P(B) = 0,2$. Hãy tính xác suất các biến cố $AB, \bar{A}B, A\bar{B}$ và $\bar{A}\bar{B}$.
- Biết $P(A) = 0,3$ và $P(AB) = 0,12$. Hãy tính xác suất các biến cố $B, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

Lời giải

Vì hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}$ và B ; A và $\bar{B}$; $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập.

$$a) \square P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,8.$$

$$\square P(AB) = P(A)P(B) = 0,6 \cdot 0,2 = 0,12.$$

$$\square P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08.$$

$$\square P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,8 = 0,48.$$

$$\square P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,4 \cdot 0,8 = 0,32.$$

$$b) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,7.$$

$$\square P(AB) = P(A)P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4.$$

$$\square P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,7 \cdot 0,4 = 0,28.$$

$$\square P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,6 = 0,42.$$

Ví dụ 4: Một xạ thủ bắn lần lượt hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn không trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,2 và 0,3. Biết rằng kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau

- “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.
- “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.



- c) “Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích”.
- d) “Có ít nhất một lần bắn trúng đích”.

Lời giải

Gọi biến cố A_i : “Lần bắn thứ i không trúng đích” với $i = 1, 2$.

Biến cố $\overline{A_i}$: “Lần bắn thứ i trúng đích” với $i = 1, 2$.

Ta có $P(A_1) = 0,2, P(A_2) = 0,3; P(\overline{A_1}) = 0,8, P(\overline{A_2}) = 0,7$.

- a) Gọi biến cố A : “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

Ta có $A = A_1 A_2$ và A_1, A_2 là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1).P(A_2) = 0,2.0,3 = 0,06.$$

- b) Gọi biến cố B : “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.

Ta có $B = \overline{A_1} \overline{A_2}$ và $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(B) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}) = 0,8.0,7 = 0,56.$$

- c) Gọi biến cố C : “Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích”.

Ta có $C = A_1 \overline{A_2}$ và $A_1, \overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(C) = P(A_1).P(\overline{A_2}) = 0,2.0,7 = 0,14.$$

- d) Gọi biến cố D : “Có ít nhất một lần bắn trúng đích”.

biến cố $\overline{D}$: “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

$$\Rightarrow \overline{D} = A \Rightarrow P(\overline{D}) = P(A) = 0,06.$$

$$\Rightarrow P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 0,94.$$

Ví dụ 5: Một trò chơi có xác suất thắng mỗi ván là 0,2. Nếu một người chơi 10 ván thì xác suất để người này thắng ít nhất một ván là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người ấy thắng ít nhất một ván khi chơi 10 ván”.

$\overline{A}$ là biến cố “Người ấy chơi 10 ván mà không thắng ván nào cả”.

Xác suất thua mỗi ván là $1 - 0,2 = 0,8$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - (0,8)^{10} = 0,8926258176.$$

Ví dụ 6: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó trong mỗi trường hợp sau.

- a) Anh Bình tiếp xúc người bệnh 5 lần đều không mang khẩu trang.

- b) Anh Bình tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang.

Lời giải

a) Gọi biến cố A : “Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang”.

Biến cố $\bar{A}$: “Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang”.

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là 0,7.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là $1 - 0,7 = 0,3$.

$$P(\bar{A}) = (0,3)^5 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (0,3)^5 = 0,99757.$$

b) Gọi biến cố B : “Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Biến cố $\bar{B}$: “Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không khẩu trang là 0,2.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang là $1 - 0,2 = 0,8$.

$$P(\bar{B}) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24 \Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,24 = 0,76.$$

Ví dụ 7: Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để:

- Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu;
- Hai viên bi được lấy không cùng màu.

Lời giải

a) Xác suất để lấy được hai viên bi màu xanh từ hai túi là tích của hai xác suất đó:

$$\begin{aligned} P(\text{Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh}) &= P(\text{bi xanh từ túi I}) \cdot P(\text{bi xanh túi II}) \\ &= \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{16} \end{aligned}$$

b) Xác suất Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ:

$$P(\text{Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ}) = P(\text{bi đỏ từ túi I}) \cdot P(\text{bi đỏ túi II}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{8} = \frac{21}{80}$$

c) Xác suất Hai viên bi được lấy có cùng màu.

$$P(\text{Hai viên bi được lấy có cùng màu}) = P(\text{bi đỏ từ túi I}) + P(\text{bi đỏ túi II}) = \frac{3}{16} + \frac{21}{80} = \frac{33}{80}$$

d) Xác suất Hai viên bi được lấy không cùng màu.

$$\begin{aligned} P(\text{Hai viên bi được lấy không cùng màu}) &= P(\text{bi xanh từ túi I}) + P(\text{bi đỏ túi II}) \cdot P(\text{bi đỏ từ túi I}) \\ &+ P(\text{bi đỏ túi II}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{8} + \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$



Ví dụ 8: Có hai túi mỗi túi đựng 10 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5.

Lời giải

Ta có

Xác suất lấy ra quả cầu không có số 1 hoặc số 5 từ túi đầu tiên: $\frac{6}{10}$

Xác suất lấy được quả cầu không có số 1 hoặc số 5 từ túi thứ hai là: $\frac{6}{9}$

Vậy xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5 là:

$$P = \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$$

Ví dụ 9: Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất để:

- a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;
- b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;
- c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;
- d) Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

Lời giải

a) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu là: $P = 0,93 - 0,87 = 0,8091$

b) Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu là:

$$P = (1 - 0,93) \cdot (1 - 0,87) = 0,0198$$

c) Xác suất để chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu là:

$$P = 0,93 \cdot (1 - 0,87) + (1 - 0,93) \cdot 0,87 = 0,1716$$

d) Xác suất để ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu là: $P = 1 - 0,0198 = 0,9802$

Ví dụ 10: Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2024 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với bốn phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm; mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kì thi trên.

Lời giải

Để được 4 điểm thì học sinh Hoa phải trả lời được 30 câu đúng, và 20 câu sai

Theo đó, xác suất trả lời đúng ở 1 câu là 0,25; xác suất trả lời sai ở mỗi câu là 0,75

Vậy xác suất để học sinh Hoa được 4 điểm bằng $C_{50}^{30} (0,25)^{30} \cdot (0,75)^{20} \approx 1,3 \cdot 10^{-7}$.

Dạng 2: Bài toán kết hợp quy tắc cộng, quy tắc nhân tính xác suất

Ví dụ 11: Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{35}^3$.

Gọi biến cố A : “Chọn 3 đoàn viên có cả nam và nữ.”

Có $C_{15}^1 \cdot C_{20}^2$ cách chọn 1 nam, 2 nữ

Có $C_{15}^2 \cdot C_{20}^1$ cách chọn 2 nam, 1 nữ

Suy ra $n(A) = C_{15}^1 \cdot C_{20}^2 + C_{15}^2 \cdot C_{20}^1 = 4950$

Do đó xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{90}{119}$.

Ví dụ 12: Hai người cùng bắn độc lập vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng của từng người lần lượt là 0,8 và 0,9. Tìm xác suất của biến cố A : “Chỉ có một người bắn trúng mục tiêu”.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố “Người 1 bắn trúng mục tiêu”.

Gọi A_2 là biến cố “Người 2 bắn trúng mục tiêu” ($A_1; A_2; \overline{A_1}; \overline{A_2}$ là các biến cố độc lập). Từ giả thiết ta có $P(A_1) = 0,8; P(A_2) = 0,9$.

Mà $A = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2$

$\Rightarrow P(A) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) = 0,8 \cdot (1 - 0,9) + (1 - 0,8) \cdot 0,9 = 0,26$.

Ví dụ 13: Hộp thứ nhất chứa 3 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp thứ hai chứa 2 bi đỏ và 5 bi xanh. Chuyển ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai ra. Tính xác suất để viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có màu đỏ.

Lời giải

Xảy ra hai trường hợp:

TH1: Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ và đưa vào hộp thứ hai, khi đó hộp thứ hai có 3 bi đỏ và 5 bi xanh. Xác suất để lấy ra 1 bi đỏ từ hộp thứ hai là: $P_1 = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{56}$.

TH2: Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất màu xanh và đưa vào hộp thứ hai, khi đó hộp thứ hai có 2 bi đỏ và 6 bi xanh. Xác suất để lấy ra 1 bi đỏ từ hộp thứ hai là: $P_2 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{14}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = P_1 + P_2 = \frac{17}{56}$.



Ví dụ 14: Chọn ngẫu nhiên 3 số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 26\}$. Biết xác suất để 3 số chọn ra thỏa

mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 5 bằng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = m + n$.

Lời giải

Gọi A là tập hợp các phần tử thuộc S mà chia hết cho 5, A có 5 phần tử.

B là tập hợp các phần tử thuộc S mà chia cho 5 dư 1 hoặc dư 4, B có 11 phần tử.

C là tập hợp các phần tử thuộc S mà chia cho 5 dư 2 hoặc dư 3, C có 10 phần tử.

Ta có nhận xét

Với $k \in A$ thì k^2 chia hết cho 5.

Với $k \in B$ thì k^2 chia cho 5 dư 1.

Với $k \in C$ thì k^2 chia cho 5 dư 4.

Số phần tử của không gian mẫu là C_{26}^3 .

Để chọn được 3 số thỏa mãn bài toán, ta có hai trường hợp

Trường hợp 1: 3 số được chọn đều thuộc A , có C_5^3 cách chọn.

Trường hợp 2: 3 số được chọn có mỗi số thuộc mỗi tập A, B, C , có $C_5^1 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^1$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố là $C_5^3 + C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{11}^1$.

Xác suất của biến cố là $\frac{C_5^3 + C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{11}^1}{C_{26}^3} = \frac{14}{65} = \frac{m}{n}$. Suy ra $m + n = 79$.

Ví dụ 15: Bạn Nam có một hộp bi gồm 2 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu trắng. Bạn Định cũng có một hộp bi giống như của bạn Nam. Từ hộp của mình, mỗi bạn chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để trong các viên bi được chọn luôn có bi màu đỏ và số bi đỏ của hai bạn bằng nhau là

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_6^3 \cdot C_6^3 = 400$.

Gọi A là biến cố trong các viên bi được chọn luôn có bi màu đỏ và số bi đỏ của hai bạn bằng nhau. Khi đó, có các trường hợp xảy ra như sau:

TH1: Mỗi bạn chọn được 1 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu trắng. Khi đó số cách chọn có thể xảy ra là $C_2^1 \cdot C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_4^2 = 144$.

TH2: Mỗi bạn chọn được 2 viên bi màu đỏ và 1 viên bi màu trắng. Khi đó số cách chọn có thể xảy ra là $C_2^2 \cdot C_4^1 \cdot C_2^2 \cdot C_4^1 = 16$.

Vậy $n(A) = 144 + 16 = 160$. Do đó $P(A) = \frac{160}{400} = \frac{2}{5}$

Câu 1: Một hộp đựng 7 quả cầu màu trắng và 3 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu màu đỏ.

A. $\frac{21}{71}$.

B. $\frac{20}{71}$.

C. $\frac{62}{211}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Số cách chọn 4 quả cầu từ 10 quả cầu là $n(\Omega) = C_{10}^4$.

Gọi A là biến cố “trong 4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu màu đỏ”.

Số cách chọn ra 2 quả cầu màu đỏ là C_3^2 . Số cách chọn ra 2 quả cầu màu trắng là C_7^2 .

Suy ra $n(A) = C_3^2 \cdot C_7^2$.

Xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu màu đỏ là $P(A) = \frac{C_3^2 \cdot C_7^2}{C_{10}^4} = \frac{3}{10}$.

Câu 2: Trong một nhóm học sinh có 4 nam và 6 nữ, chọn ngẫu nhiên 2 học sinh. Xác suất chọn 2 học sinh gồm 1 nam và 1 nữ bằng

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn 2 học sinh từ 10 học sinh có $C_{10}^2 = 45$ cách.

Gọi A là biến cố: “Chọn được 2 học sinh gồm 1 nam và 1 nữ”

Số khả năng xảy ra biến cố A là: $C_4^1 \cdot C_6^1 = 24$

Vậy xác suất của biến cố A là: $24:45 = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$.

Câu 3: Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Giả sử ta có hai xạ thủ A, B.

Ta có: Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A, B tương ứng là $P(A), P(B)$

Gọi biến cố D: “có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia”

$\bar{D}$: “Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia”, khi đó $\bar{D} = A \cap B$

Suy ra $P(\bar{D}) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.



Câu 4: Có 2 bình, mỗi bình đựng 6 viên bi trắng và 5 viên bi đen. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 1 viên bi từ bình thứ nhất và 1 viên bi từ bình thứ 2. Tính xác suất để lấy được viên bi thứ nhất màu trắng và viên bi thứ hai màu đen?

A. $\frac{1}{35}$.

B. $\frac{35}{144}$.

C. $\frac{30}{121}$.

D. $\frac{23}{22}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Lần thứ nhất lấy được bi màu trắng”.

Gọi B là biến cố “Lần thứ hai lấy được bi màu đen”.

$\Rightarrow AB$ là biến cố “lần thứ nhất lấy được viên bi màu trắng và lần thứ hai lấy được viên bi màu đen”. Ta thấy 2 biến cố A và B độc lập với nhau.

Xác suất để lần thứ nhất lấy được bi màu trắng là: $P(A) = \frac{6}{11}$.

Xác suất để lần thứ hai lấy được bi màu đen là $P(B) = \frac{5}{11}$.

Áp dụng quy tắc nhân xác suất; xác suất cần tìm là:

$$P(AB) = P(A).P(B) = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{11} = \frac{30}{121}. \text{ (dấu chấm)}$$

Câu 5: Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm khuẩn suy đa tạng. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,2 và của bệnh nhân Y là 0,9. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập. Xác suất của biến cố “Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng” là

A. 0,11.

B. 0,18.

C. 0,08.

D. 0,72.

Lời giải.

Vì khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập nên xác suất của biến cố “Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng” là $0,2 \cdot 0,9 = 0,18$.

Câu 6: Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,2$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $\bar{A}B$ là

A. 0,1.

B. 0,4.

C. 0,04.

D. 0,01.

Lời giải.

Vì $\bar{A}$ là biến cố đối của A nên $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,8$.

Do $\bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên $P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,4$.

Câu 7: Một xạ thủ lần lượt bắn hai viên đạn vào một bia. Xác suất trúng đích của viên đạn thứ nhất và thứ hai lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết rằng kết quả các lần bắn là độc lập với nhau. Xác suất của biến cố “Cả hai lần bắn đều không trúng đích” là

A. 0,6.

B. 0,06.

C. 0,56.

D. 0,14.

Lời giải.

Xác suất bắn không trúng đích của viên đạn thứ nhất và thứ hai lần lượt là 0,2 và 0,3.

Vì các kết quả các lần bắn là độc lập với nhau nên xác suất của biến cố “Cả hai lần bắn đều không trúng đích” là $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

Câu 8: Cho A và B là 2 biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng

A. 0,58

B. 0,7

C. 0,1

D. 0,12

Lời giải.

Do A và B là 2 biến cố độc lập với nhau nên $P(A.B) = P(A).P(B) = 0,4.0,3 = 0,12$.

Câu 9: Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn hai lần, biết xác suất sút vào cầu môn là $\frac{1}{3}$. Tính xác suất để cầu thủ sút bóng hai lần đều không vào cầu môn?

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Xác suất để cầu thủ sút không vào cầu môn là $\frac{2}{3}$

Vì hai lần sút độc lập nhau nên xác suất để cầu thủ sút bóng hai lần đều không vào cầu môn là $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

Câu 10: Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\frac{601}{1080}$.

B. $\frac{6}{11}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{61}{360}$.

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên một hộp.

Gọi C_1 là biến cố lấy được hộp I;

Gọi C_2 là biến cố lấy được hộp II;

Gọi C_3 là biến cố lấy được hộp III.

Suy ra $P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}$.

Gọi C là biến cố “lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi màu đỏ”.

Ta có: $C = (C \cap C_1) \cup (C \cap C_2) \cup (C \cap C_3)$

$\Rightarrow P(C) = P(C \cap C_1) + P(C \cap C_2) + P(C \cap C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{601}{1080}$.

Câu 11: Một nhà máy sản xuất được hai lô hàng. Người ta lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm chất lượng tốt ở từng lô hàng lần lượt là 0,5 và 0,8. Tính xác suất để trong hai sản phẩm được lấy ra có đúng một sản phẩm có chất lượng tốt.

A. 0,2.

B. 0,5.

C. 0,25.

D. 0,6.

Lời giải



Gọi các biến cố A : “Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ nhất” và B : “Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ hai”.

Gọi biến cố X : “trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một sản phẩm có chất lượng tốt”.

$$\text{Ta có: } X = \bar{A}.B \cup A.\bar{B}$$

Vì $\bar{A}.B$ và $A.\bar{B}$ xung khắc đồng thời các cặp biến cố $(\bar{A}, B)$ và $(A, \bar{B})$ độc lập nên ta có

$$P(X) = P(\bar{A}.B \cup A.\bar{B}) = P(\bar{A}.B) + P(A.\bar{B}) = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B})$$

$$= (1 - 0,5).0,8 + (1 - 0,8).0,5 = 0,5.$$

Câu 12: Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,8 và của người thứ hai là 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng đích.

A. $P(A) = 0,56$. **B.** $P(A) = 0,21$. **C.** $P(A) = 0,16$. **D.** $P(A) = 0,94$.

Lời giải

Gọi A : “Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia.” $\Rightarrow P(A) = 0,8$.

B : “Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia.” $\Rightarrow P(B) = 0,7$.

Khi đó: $\bar{A}$: “Xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia.” $\Rightarrow P(\bar{A}) = 0,2$.

$\bar{B}$: “Xạ thủ thứ hai bắn không trúng bia.” $\Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$.

Gọi biến cố X : “có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng đích”, suy ra $X = \bar{A}.B \cup A.\bar{B} \cup A.B$

Vì A, B độc lập nên ta có: $P(X) = P(\bar{A}.B \cup A.\bar{B} \cup A.B) = P(\bar{A}.B) + P(A.\bar{B}) + P(A.B)$

$$= P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) + P(A).P(B) = 0,2.0,7 + 0,8.0,3 + 0,8.0,7 = 0,94.$$

Câu 13: Một nhà máy sản xuất được 4 lô hàng. Rút ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng 1 sản phẩm, biết xác suất để sản phẩm rút ra từ mỗi lô hàng là sản phẩm xấu lần lượt là 0,1; 0,25; 0,3; 0,5. Tính xác suất để trong 4 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 sản phẩm tốt.

A. $P(A) = \frac{1}{800}$. **B.** $P(A) = \frac{3}{800}$. **C.** $P(A) = \frac{799}{800}$. **D.** $P(A) = \frac{797}{800}$.

Lời giải.

Gọi A_i là biến cố “lấy 1 sản phẩm xấu ở lô hàng thứ i ” với $i = 1, 2, 3, 4$.

Khi đó: $P(A_1) = 0,1$; $P(A_2) = 0,25$; $P(A_3) = 0,3$; $P(A_4) = 0,5$.

Gọi B là biến cố “trong 4 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 sản phẩm tốt”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “trong 4 sản phẩm lấy ra không có sản phẩm tốt nào”.

Vì $A_i, i = 1, 2, 3, 4$ là các biến cố độc lập nên

$$P(\overline{B}) = P(A_1).P(A_2).P(A_3).P(A_4) = 0,1.0,25.0,3.0,5 = \frac{3}{800}.$$

$$\text{Suy ra } P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{3}{800} = \frac{797}{800}.$$

Câu 14: Có 3 chiếc hộp, mỗi hộp đựng 2 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 viên bi. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy được ít nhất 1 viên bi xanh.

A. $\frac{48}{125}$.

B. $\frac{56}{125}$.

C. $\frac{64}{125}$.

D. $\frac{61}{125}$.

Lời giải.

$$\text{Xác suất lấy được 1 bi xanh ở mỗi hộp là } \frac{2}{10} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Xác suất lấy được 1 bi đỏ ở mỗi hộp là } \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

Gọi A: “3 viên bi lấy được ít nhất 1 viên bi xanh”

Suy ra $\overline{A}$: “3 viên bi lấy được không có viên bi xanh”

$$\text{Ta có } P(\overline{A}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{125}. \text{ Suy ra } P(A) = 1 - \frac{64}{125} = \frac{61}{125}.$$

Câu 15: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

A. 0,24.

B. 0,48.

C. 0,36.

D. 0,16.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “bạn A thi đỗ”, B là biến cố “bạn B thi đỗ”, C là biến cố “chỉ có một bạn thi đỗ”.

Trường hợp 1: A thi đỗ, B thi không đỗ.

$$P(A\overline{B}) = P(A).P(\overline{B}) = 0,6.0,4 = 0,24.$$

Trường hợp 2: A thi không đỗ, B thi đỗ.

$$P(\overline{A}B) = P(\overline{A}).P(B) = 0,4.0,6 = 0,24.$$

$$\text{Theo quy tắc cộng xác suất, ta có: } P(C) = P(A\overline{B}) + P(\overline{A}B) = 0,24 + 0,24 = 0,48.$$

Câu 16: Một người gọi điện thoại nhưng quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần.

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{19}{90}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10 = 10$.

Để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần ta có 2 trường hợp:

TH1: Người đó gọi đúng ở lần thứ nhất.



TH2: Người đó gọi đúng ở lần thứ hai.

Gọi A_1 : "người đó gọi đúng ở lần thứ nhất" $\Rightarrow$ xác suất người đó gọi đúng là $P(A_1) = \frac{1}{10}$ và

xác suất người đó gọi không đúng là $P(\overline{A_1}) = \frac{9}{10}$.

Gọi A_2 : "người đó gọi đúng ở lần thứ hai" $\Rightarrow$ xác suất người đó gọi đúng là $P(A_2) = \frac{1}{9}$.

Gọi A : "người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần" ta có

$$A = A_1 \cup \overline{A_1}A_2 \Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{5}.$$

Câu 17: Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn. Xác suất sút thành công của cầu thủ đó là $\frac{3}{7}$. Xác suất để trong hai lần sút, cầu thủ sút thành công ít nhất một lần là:

A. $\frac{27}{49}$.

B. $\frac{33}{49}$.

C. $\frac{12}{49}$.

D. $\frac{16}{49}$.

Lời giải.

Cách 1:

Gọi A là biến cố: "Lần đầu cầu thủ sút thành công", B là biến cố: "Lần thứ hai cầu thủ sút thành công", C là biến cố: "Trong hai lần sút, cầu thủ sút ít nhất một lần thành công".

Suy ra $\overline{C}$ là biến cố: "Trong hai lần sút đầu cầu thủ sút không thành công lần nào".

Ta có: $P(\overline{C}) = P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$. Vậy: $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{16}{49} = \frac{33}{49}$.

Cách 2:

Gọi A là biến cố: "Lần đầu cầu thủ sút thành công", B là biến cố: "Lần thứ hai cầu thủ sút thành công", C là biến cố: "Trong hai lần sút, cầu thủ sút ít nhất một lần thành công".

Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập nhau và ta có $C = A.B + \overline{A}.B + A.\overline{B}$.

Vậy: $P(C) = P(A.B) + P(\overline{A}.B) + P(A.\overline{B}) = P(A) \cdot P(B) + P(\overline{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\overline{B})$
 $= \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{33}{49}$.

Câu 18: Một chiếc ô tô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

A. 0,2.

B. 0,9.

C. 0,8.

D. 0,1.

Lời giải

Gọi A là biến cố "động cơ 1 bị hỏng", gọi B là biến cố "động cơ 2 bị hỏng".

Suy ra AB là biến cố "cả hai động cơ bị hỏng" $\Leftrightarrow$ "xe không chạy được nữa".

Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên A và B là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là

$P(AB) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$.

Vậy xác suất để xe đi được là $1 - 0,2 = 0,8$.

Câu 19: Trong một trò chơi, người chơi cần gieo cùng lúc ba con súc sắc cân đối đồng chất; nếu được ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4 thì người chơi đó thắng. Tính xác suất để trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất 1 lần.

- A. $\frac{386}{729}$. B. $\frac{7}{27}$. C. $\frac{11683}{19683}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất 1 lần.

Khi đó: $\bar{A}$ là biến cố trong 3 lần chơi, người đó toàn thua.

Tính xác suất để một lần chơi người đó thua:

Để chơi thua, thì ít nhất 2 trong ba con súc sắc người đó gieo xuất hiện số chấm bé hơn hoặc bằng 4. Suy ra xác suất để người đó chơi thua một lần là: $\left(\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6}\right) \cdot 3 + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{27}$.

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{20}{27}\right)^3 = \frac{8000}{19683} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{8000}{19683} = \frac{11683}{19683}.$$

Câu 20: Ba xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

- A. 0,45. B. 0,94. C. 0,21. D. 0,75.

Lời giải

Gọi A_i : “Xạ thủ thứ i bắn trúng mục tiêu” với $i = \overline{1,3}$.

Khi đó $\bar{A}_i$: “Xạ thủ thứ i bắn không trúng mục tiêu”.

Ta có $P(A_1) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{A}_1) = 0,3$; $P(A_2) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}_2) = 0,4$; $P(A_3) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}_3) = 0,5$.

Gọi B : “Cả ba xạ thủ bắn không trúng mục tiêu”.

Và $\bar{B}$: “có ít nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu”.

Ta có $P(B) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,06$.

Khi đó $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,06 = 0,94$.

Câu 21: Một đề trắc nghiệm có 50 câu hỏi gồm 20 câu mức độ nhận biết, 20 câu mức độ vận dụng và 10 câu mức độ vận dụng cao. Xác suất để bạn An làm hết 20 câu mức độ nhận biết là 0,9; 20 câu mức độ vận dụng là 0,8; và 10 câu mức độ vận dụng cao là 0,6. Xác suất để bạn An làm trọn vẹn 50 câu là

- A. 0,432. B. 0,008. C. 0,228. D. 1.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bạn An làm trọn vẹn 50 câu”



A_1 là biến cố “bạn An làm hết 20 câu nhận biết”

A_2 là biến cố “bạn An làm hết 20 câu vận dụng”

A_3 là biến cố “bạn An làm hết 10 câu vận dụng cao”

Khi đó: $A = A_1 A_2 A_3$. Vì các biến cố $A_1; A_2; A_3$ là độc lập nhau nên theo quy tắc nhân xác suất ta có: $P(A) = P(A_1).P(A_2).P(A_3) = 0,9.0,8.0,6 = 0,432$

Câu 22: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$.

B. $\frac{72}{625}$.

C. $\frac{418}{625}$.

D. $\frac{553}{625}$.

Lời giải

Gọi A_t, A_d, A_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

Gọi B_t, B_d, B_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố A_t, A_d, A_x độc lập với B_t, B_d, B_x .

Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là

$$\begin{aligned} P(A_t B_t \cup A_d B_d \cup A_x B_x) &= P(A_t B_t) + P(A_d B_d) + P(A_x B_x) \\ &= P(A_t)P(B_t) + P(A_d)P(B_d) + P(A_x)P(B_x) = \frac{3}{25} \cdot \frac{10}{25} + \frac{7}{25} \cdot \frac{6}{25} + \frac{15}{25} \cdot \frac{9}{25} = \frac{207}{625}. \end{aligned}$$

Câu 23: Có hai hộp. Hộp I đựng 4 gói quà màu đỏ và 6 gói quà màu xanh, hộp II đựng 2 gói quà màu đỏ và 8 gói quà màu xanh. Gieo một con súc sắc, nếu được mặt 6 chấm thì lấy một gói quà từ hộp I, nếu được mặt khác thì lấy một gói quà từ hộp II. Tính xác suất để lấy được gói quà màu đỏ.

A. $\frac{7}{30}$.

B. $\frac{23}{30}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có xác suất để gieo con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm là $P(A) = \frac{1}{6}$ và xác suất để gieo con

súc sắc không xuất hiện mặt 6 chấm là $P(\bar{A}) = \frac{5}{6}$.

Xác suất lấy từ hộp I được gói quà màu đỏ là $P(B_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Xác suất lấy từ hộp II được gói quà màu đỏ là $P(B_2) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Vậy xác suất để lấy được gói quà màu đỏ là $P(A).P(B_1) + P(\bar{A}).P(B_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{30}$.

Câu 24: Ba cầu thủ sút phạt đền, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có ít nhất hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C) = 0,452$.

B. $P(C) = 0,788$.

C. $P(C) = 0,453$.

D. $P(C) = 0,789$.

Lời giải.

Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = 1, 2, 3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x$, $P(A_2) = y$, $P(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”

B: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

C: “Có ít nhất hai cầu thủ ghi bàn”

Ta có: $\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4(1-x)(1-y)$.

Nên $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$.

Suy ra $(1-x)(1-y) = \frac{3}{50} \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}$ (1).

Tương tự: $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \Rightarrow P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,6xy = 0,336$ hay là $xy = \frac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ:
$$\begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$$
, giải hệ này kết hợp với $x > y$ ta tìm được

$x = 0,8$ và $y = 0,7$.

Ta có: $C = \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 A_2 A_3$.

Nên $P(C) = (1-x)y \cdot 0,6 + x(1-y) \cdot 0,6 + xy \cdot 0,4 + 0,336 = 0,788$.

Câu 25: Hai cầu thủ đá luân lưu. Xác suất cầu thủ thứ nhất đá trúng lưới là 0,3. Xác suất cầu thủ thứ hai không đá trúng lưới là 0,4. Xác suất để có đúng một cầu thủ đá trúng lưới là:

A. Đáp án khác.

B. 0,54.

C. 0,46.

D. 1,1.

Lời giải

Gọi biến cố A : “Cầu thủ thứ nhất đá trúng lưới” và B : “Cầu thủ thứ hai đá trúng lưới”

$\Rightarrow$ biến cố có đúng một cầu thủ đá trúng lưới là: $\bar{A}B \cup A\bar{B}$.

Vì $\bar{A}B$ và $A\bar{B}$ là hai biến cố xung khắc nên $P(\bar{A}B \cup A\bar{B}) = P(\bar{A}B) + P(A\bar{B})$.

Vì $\bar{A}, B$ là hai biến cố độc lập nên $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$.

Tương tự $P(A\bar{B}) = (1-0,3)(1-0,4) = 0,42 \Rightarrow P(\bar{A}B \cup A\bar{B}) = 0,12 + 0,42 = 0,54$.

D

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Từ tập hợp $X = \{0; 2; 3; 4; 5; 8\}$ có thể lập được

a) Có thể lập được 1080 số tự nhiên có bốn chữ số

b) Có thể lập được 240 số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau



- c) Có thể lập được 180 số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau là số chẵn
- c) Có thể lập được 50 số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau là số chẵn và nhỏ hơn 2024

Lời giải

a) Đúng: Gọi số có dạng $\overline{abcd}$

Có 5 cách chọn cho a

Có 6 cách chọn cho mỗi vị trí b, c, d

Theo quy tắc nhân, ta có $5.6.6.6 = 1080$ số thỏa.

b) Sai: Gọi số có dạng $\overline{abcd}$

Có 5 cách chọn cho a

Có 5 cách chọn cho b

Có 4 cách chọn cho c

Có 3 cách chọn cho d

Theo quy tắc nhân, ta có $5.5.4.3 = 300$ số thỏa.

c) Sai: Gọi số có dạng $\overline{abcd}$

TH1: $d = 0$

Có 5 cách chọn cho a

Có 4 cách chọn cho b

Có 3 cách chọn cho c

Theo quy tắc nhân, ta có: $5.4.3 = 60$ số thỏa.

TH2: $d \in \{2; 4; 8\}$ suy ra có 3 cách chọn cho d

Có 4 cách chọn cho a

Có 4 cách chọn cho b

Có 3 cách chọn cho c

Theo quy tắc nhân, ta có: $4.4.3 = 48$ số thỏa.

Vậy theo quy tắc cộng, ta có $60 + 48 = 108$ số thỏa.

d) Đúng: Gọi số có dạng $\overline{abcd}$

TH1: $a = 1$ suy ra $d \in \{0; 2; 4; 8\} \Rightarrow d$ có 4 cách chọn

Có 4 cách chọn cho b

Có 3 cách chọn cho c

Theo quy tắc nhân, ta có: $1.4.4.3 = 48$ số thỏa

TH2: $a = 2 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow d \in \{4; 8\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn

Theo quy tắc nhân, ta có: $1.1.1.2 = 2$ số thỏa

Vậy theo quy tắc cộng, ta có $48 + 2 = 50$ số thỏa.

Câu 2: Một hộp có 18 viên bi, trong đó có 7 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6 và 5 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra 3 viên bi.

a) Xác suất để lấy được 3 viên bi màu đỏ là $\frac{35}{816}$.

b) Xác suất để lấy được 3 viên bi cùng màu là $\frac{67}{816}$.

c) Xác suất để lấy được 3 viên bi đủ cả ba màu là $\frac{35}{136}$.

d) Xác suất để lấy được 3 viên bi khác màu và khác số là $\frac{121}{816}$.

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra 3 viên bi từ 18 viên bi nên có $n(\Omega) = C_{18}^3$

a) Đúng: Gọi A là biến cố lấy được 3 viên bi màu đỏ. Ta có $n(A) = C_7^3$

Nên xác suất để lấy được 3 viên bi màu đỏ là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_7^3}{C_{18}^3} = \frac{35}{816}$.

b) Sai: Gọi B là biến cố lấy được 3 viên bi cùng màu. Ta có $p(B) = \frac{C_7^3 + C_6^3 + C_5^3}{C_{18}^3} = \frac{65}{816}$.

c) Đúng: Gọi C là biến cố lấy được 3 viên bi đủ cả ba màu. Tức mỗi màu có 1 viên nên ta có xác suất xảy ra biến cố C là $p(C) = \frac{C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{C_{18}^3} = \frac{210}{816} = \frac{35}{136}$.

d) Sai: Gọi D là biến cố lấy được 3 viên bi khác màu và khác số. Khi đó xác suất xảy ra biến cố D là $p(D) = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{C_{18}^3} = \frac{125}{816}$.

Câu 3: Hai bạn An và Hà của lớp 11A tham gia giải bóng bàn đơn nữ do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó nằm ở hai bảng đấu loại khác nhau, mỗi bảng đấu loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của An và Hà lần lượt là 0,6 và 0,7.

a) Biến cố “Bạn An lọt vào vòng chung kết” và biến cố “Bạn Hà lọt vào vòng chung kết” là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là 0,42.

c) Xác suất có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết là 0,8.

d) Xác suất chỉ có bạn Hà lọt vào vòng chung kết là 0,7.

Lời giải

Xét các biến cố A: “Bạn An lọt vào vòng chung kết”, B: “Bạn Hà lọt vào vòng chung kết”.



- a) Đúng: Vì bạn An và Hà nằm ở hai bảng đấu loại khác nhau nên biến cố A và B độc lập.
- b) Đúng: Ta có $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42$.
- c) Sai: Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,7 - 0,42 = 0,88$.
- d) Sai: Xác suất bạn An không lọt vào vòng chung kết là: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Xác suất chỉ có bạn Hà lọt vào vòng chung kết là: $P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,7 = 0,28$.

Câu 4: Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,9.

- a) Xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt là 0,72.
- b) Xác suất để cả hai động cơ đều không chạy tốt là 0,63.
- c) Xác suất để có ít nhất một động cơ chạy tốt là 0,94
- d) Xác suất để một trong hai động cơ chạy tốt là 0,26

Lời giải

Gọi A là biến cố "Động cơ I chạy tốt"; B là biến cố "Động cơ II chạy tốt"; C là biến cố "Cả hai động cơ đều chạy tốt"; D là biến cố "Cả hai động cơ đều **không chạy tốt**"; E là biến cố "Có ít nhất một động cơ chạy tốt"; F là biến cố "Chỉ một trong hai động cơ chạy tốt".

- a) Đúng: Ta thấy A, B là hai biến cố độc lập với nhau và $C = AB$

Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta có: $P(C) = P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$

- b) Sai: $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$. $P(\bar{B}) = 1 - 0,9 = 0,1$. A, B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}, \bar{B}$ cũng độc lập và $D = \bar{A}\bar{B} \Rightarrow P(D) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02$.

- c) Sai: $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$. $P(\bar{B}) = 1 - 0,9 = 0,1$

E là biến cố "Có ít nhất một động cơ chạy tốt".

$\Rightarrow$ Biến cố đối của E là "Cả hai động cơ chạy không tốt" $\Rightarrow \bar{E} = D = \bar{A}\bar{B}$.

$$P(E) = 1 - P(D) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 1 - 0,2 \cdot 0,1 = 0,98$$

- d) Đúng: Ta có $F = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$

$(A \cap \bar{B})$ và $(\bar{A} \cap B)$ xung khắc và $\bar{A}, B, A, \bar{B}$ độc lập nên ta có

$$\begin{aligned} P(F) &= P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,9 = 0,26 \end{aligned}$$

Câu 5: Gieo hai con súc sắc I và II cân đối, đồng chất một cách độc lập. Xét các biến cố A, B, C sau đây:

A : "Có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm"

B : "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con là 7"

C : "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con lớn hơn hoặc bằng 8"

Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 12

b) $P(B) = \frac{1}{18}$

c) Hai biến cố A và B không độc lập

d) $P(C) = \frac{19}{36}$

Lời giải

a) Sai: Gieo hai con súc sắc I và II cân đối, đồng chất một cách độc lập thì số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6.6 = 36$

b) Sai: $B = \{(1;6), (2;5), (3;4), (4;3), (5;2), (6;1)\}$, nên $n(B) = 6$

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) Đúng: Gọi $\bar{A}$ là biến cố đối của biến cố A

$\bar{A}$: "Không có con súc sắc nào xuất hiện mặt 6 chấm"

Do đó $n(\bar{A}) = 5.5 = 25$

$$P(\bar{A}) = \frac{25}{36}, \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

$$P(A).P(B) = \frac{11}{36} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{216}$$

Xét biến cố AB : "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con là 7, trong đó có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm".

Ta có $AB = \{(1;6), (6;1)\}$. Do đó $P(AB) = \frac{2}{36}$

$\Rightarrow P(AB) \neq P(A).P(B)$. Vậy A, B không độc lập.

d) Sai: Biến cố C xảy ra khi và chỉ khi một trong các biến cố sau xảy ra

C_1 : "Con súc sắc I ra mặt 2 chấm và con súc sắc II ra mặt 6 chấm".



$$P(C_1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

C_2 : "Con súc sắc I ra mặt 3 chấm và con súc sắc II ra mặt 5 hoặc 6 chấm".

$$P(C_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{36}$$

C_3 : "Con súc sắc I ra mặt 4 chấm và con súc sắc II ra mặt 4, 5 hoặc 6 chấm".

$$P(C_3) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{36}$$

C_4 : "Con súc sắc I ra mặt 5 chấm và con súc sắc II ra mặt 3, 4, 5 hoặc 6 chấm".

$$P(C_4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{36}$$

C_5 : "Con súc sắc I ra mặt 6 chấm và con súc sắc II ra mặt 2, 3, 4, 5 hoặc 6 chấm".

$$P(C_5) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$$

Theo quy tắc cộng xác suất ta được:

$$P(C) = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4) + P(C_5) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{15}{36}$$

Câu 6: Một cuộc thi bắn súng, có 3 người tham gia thi. Trong đó xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,9; người thứ 2 là 0,7 và người thứ 3 là 0,8.

- a) Xác suất để cả ba người đều bắn trúng là 0,504.
- b) Xác suất để có đúng hai người bắn trúng là 0,398.
- c) Xác suất để không có người nào bắn trúng là 0,4.
- d) Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là 0,994.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người thứ nhất bắn trúng", $P(A) = 0,9$.

B là biến cố: "Người thứ hai bắn trúng", $P(B) = 0,7$.

C là biến cố: "Người thứ ba bắn trúng", $P(C) = 0,8$.

A, B, C là ba biến cố độc lập.

Khi đó: $\bar{A}$ là biến cố: "Người thứ nhất không bắn trúng"; $P(\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1$

$\bar{B}$ là biến cố: "Người thứ hai bắn không trúng"; $P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$

$\bar{C}$ là biến cố: “Người thứ ba bắn không trúng”; $P(\bar{C}) = 1 - 0,8 = 0,2$

a) Đúng: $A \cap B \cap C$ là biến cố: “Cả ba người bắn trúng”

Xác suất để cả ba người bắn trúng là:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,504.$$

b) Đúng: Gọi D là biến cố: “Có đúng hai người bắn trúng”

$$\text{Ta có: } D = (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C).$$

Xác suất để có đúng hai người bắn trúng là:

$$P(D) = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,398.$$

c) Sai: $E = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ là biến cố: “Không người nào bắn trúng”

Xác suất để không người nào bắn trúng là:

$$P(E) = P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,2 = 0,006.$$

d) Đúng: $\bar{E}$ là biến cố: “Ít nhất một người bắn trúng”

Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là: $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,006 = 0,994.$

Câu 7: Có 40 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 40, rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Biến cố A : rút được ba thẻ được đánh số lẻ và B : rút được ba thẻ, trong đó có đúng một thẻ được đánh số lẻ, là hai biến cố không xung khắc.

b) Xác suất của biến cố C : rút được ba thẻ mà tổng ba số được đánh trên đó là một số lẻ, là $\frac{1}{2}$.

c) Xét biến cố D : rút được ba thẻ mà tích ba số trên đó là một số chẵn. Khi đó xác suất của biến cố D là $\frac{3}{26}$.

d) Xác suất của biến cố E : rút được ba thẻ mà tổng ba số được đánh trên đó là một số chia hết cho 3, là $\frac{127}{380}$.

Lời giải

a) Sai: Ta có hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc vì nếu biến cố A xảy ra thì biến cố B sẽ không xảy ra và ngược lại.

b) Đúng: Ta có tổng ba số là một số lẻ khi và chỉ khi cả ba số đó đều là số lẻ hoặc trong ba số, chỉ có một số lẻ.

Do đó $C = A \cup B$.

$$\text{Ta có } n_{\Omega} = C_{40}^3, n_A = C_{20}^3, n_B = C_{20}^1 \cdot C_{20}^2.$$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{C_{20}^3}{C_{40}^3} = \frac{3}{26}; \quad P(B) = \frac{n_B}{n_{\Omega}} = \frac{C_{20}^1 \cdot C_{20}^2}{C_{40}^3} = \frac{5}{13}.$$



Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{26} + \frac{5}{13} = \frac{1}{2}$.

c) Sai: Ta có tích ba số là một số lẻ khi và chỉ khi cả ba số đều là số lẻ.

Do đó hai biến cố A và D là hai biến cố đối (và cũng là xung khắc nhau).

Cho nên $P(D) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{26} = \frac{23}{26}$.

d) Đúng: Gọi các tập hợp:

$$E_0 = \{x = 3k \mid k = \overline{1,13}\}, E_1 = \{x = 3k + 1 \mid k = \overline{0,13}\}, E_2 = \{x = 3k + 2 \mid k = \overline{0,12}\}.$$

Gọi M là biến cố rút được ba thẻ mà mỗi số trên đó thuộc mỗi tập hợp E_0, E_1, E_2 .

N là biến cố rút được ba thẻ mà trong đó cả ba số trên đó đều thuộc cùng một tập hợp.

Vì M, N xung khắc nhau và $E = M \cup N$ nên

$$P(E) = P(M \cup N) = P(M) + P(N) = \frac{C_{13}^1 \cdot C_{14}^1 \cdot C_{13}^1}{C_{40}^3} + \frac{C_{13}^3 + C_{14}^3 + C_{13}^3}{C_{40}^3} = \frac{127}{380}.$$

Câu 8: Một vận động viên thi bắn súng. Biết rằng xác suất để vận động viên đó bắn trúng vòng 10 là 0,25; bắn trúng vòng 9 là 0,3; bắn trúng vòng 8 là 0,4. Nếu bắn trúng vòng k thì được k điểm. Vận động viên thực hiện bắn hai lần, hai lần bắn độc lập với nhau. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- Xác suất để cả hai lần bắn của vận động viên đó đều trúng vòng 9 là 0,6.
- Xác suất để vận động viên đó đạt 16 điểm là 0,8.
- Xác suất để vận động viên đó đạt 17 điểm là 0,24.
- Xác suất để vận động viên đó có số điểm lớn hơn 17 là 0,3025.

Lời giải

A : “vận động viên đó bắn trúng vòng 10” $P(A) = 0,25$.

B : “vận động viên đó bắn trúng vòng 9” $P(B) = 0,3$.

C : “vận động viên đó bắn trúng vòng 8” $P(C) = 0,4$.

a) Sai: Ta có xác suất để cả hai lần bắn đều trúng vòng 9 là $P(BB) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

b) Sai: Ta có vận động viên đó đạt 16 điểm thì cả hai lần bắn đều trúng vòng 8.

Xác suất là $P(CC) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$.

c) Đúng: Ta có vận động viên đó đạt 17 điểm thì cả hai lần bắn phải là lần 1 trúng bắn trúng vòng 9 và lần 2 bắn trúng vòng 8 hoặc lần 1 trúng bắn trúng vòng 8 và lần 2 bắn trúng vòng 9.

Xác suất là $P(BC \cup CB) = 0,3 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,3 = 0,24$.

d) Sai: Ta có vận động viên đó có số điểm lớn hơn 17 thì xác suất là

$$P(AA \cup AB \cup BA \cup BB \cup AC \cup CA)$$

$$= 0,25 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,25 + 0,3 \cdot 0,3 + 0,25 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,5025.$$

Câu 9: Ba xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

a) Xác suất cả ba xạ thủ đều bắn trúng bia là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất để duy nhất xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia là $\frac{1}{2}$.

c) Xác suất có duy nhất một xạ thủ bắn trúng bia là $\frac{1}{4}$.

d) Xác suất có ít nhất hai xạ thủ bắn trúng bia là $\frac{3}{4}$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A, B, C lần lượt là biến cố xạ thủ thứ nhất, xạ thủ thứ hai và xạ thủ thứ ba bắn trúng bia, ta có $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{2}{3}; P(C) = \frac{3}{4} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{1}{2}; P(\bar{B}) = \frac{1}{3}; P(\bar{C}) = \frac{1}{4}$

Gọi X là biến cố cả ba xạ thủ đều bắn trúng bia ta có $X = A.B.C$. Do A, B, C là ba biến cố độc lập nên $P(X) = P(A).P(B).P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

b) Sai: Gọi X_1 là biến cố duy nhất xạ thủ bắn thứ nhất bắn trúng bia ta có $X_1 = A.\bar{B}.\bar{C}$.

$$\Rightarrow P(X_1) = P(A).P(\bar{B}).P(\bar{C}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$

Đúng: Gọi X_2 là biến cố có duy nhất một xạ thủ bắn trúng bia ta có

$$X_2 = A.\bar{B}.\bar{C} \cup \bar{A}.B.\bar{C} \cup \bar{A}.\bar{B}.C.$$

$$\Rightarrow P(X_2) = P(A).P(\bar{B}).P(\bar{C}) + P(\bar{A}).P(B).P(\bar{C}) + P(\bar{A}).P(\bar{B}).P(C)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

d) Sai: Gọi X_3 là biến cố có ít nhất hai xạ thủ không bắn trúng bia.

$$\text{Ta có } X_3 = A.B.\bar{C} \cup \bar{A}.B.C \cup A.\bar{B}.C \cup A.B.C.$$

$$\Rightarrow P(X_3) = P(A).P(B).P(\bar{C}) + P(\bar{A}).P(B).P(C) + P(A).P(\bar{B}).P(C) + P(A).P(B).P(C)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{17}{24}$$

Câu 10: Có hai hộp cùng chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất có 7 quả cầu đỏ, 5 quả cầu xanh. Hộp thứ 2 có 6 quả cầu đỏ, 4 quả cầu xanh. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên 1 quả cầu. Học sinh chọn đúng hay sai ở mỗi ý **a), b), c), d)** của câu sau.

a) Xác suất để quả cầu lấy ra từ hộp thứ nhất có màu đỏ là $\frac{7}{12}$

b) Xác suất để hai quả cầu lấy ra cùng màu đỏ là $\frac{1}{2}$.

c) Xác suất để 2 quả cầu lấy ra có ít nhất 1 quả màu đỏ là $\frac{3}{8}$.

d) Xác suất để 2 quả cầu lấy ra cùng màu là $\frac{31}{60}$.



Lời giải

a) Đúng: Hộp thứ nhất có tất cả 12 quả cầu, trong đó có 7 quả cầu đỏ

Gọi A là biến cố “Quả cầu lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ” ta có $P(A) = \frac{7}{12}$.

b) Sai: Gọi B là biến cố “Quả cầu lấy ra từ hộp thứ hai màu đỏ” ta có $P(B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố “Hai quả cầu lấy ra cùng màu đỏ” ta có $C = A.B$.

Vì hai biến cố A, B độc lập nên

$$P(C) = P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{20}.$$

c) Sai: Gọi D là biến cố “Hai quả cầu lấy ra có ít nhất 1 quả màu đỏ” ta có $D = A \cup B$

Theo công thức cộng xác suất ta có

$$P(D) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{7}{12} + \frac{3}{5} - \frac{7}{20} = \frac{5}{6}.$$

d) Đúng: Gọi F là biến cố “Hai quả cầu lấy ra có cùng màu xanh”. Ta có $F = \overline{A.B}$

Vì A, B độc lập nên $\overline{A}, \overline{B}$ độc lập. Do đó

$$P(F) = P(\overline{A.B}) = P(\overline{A}).P(\overline{B}) = [1 - P(A)].[1 - P(B)] = \left[1 - \frac{7}{12}\right] \cdot \left[1 - \frac{3}{5}\right] = \frac{1}{6}.$$

Gọi X là biến cố “Hai quả cầu lấy ra cùng màu” ta thấy $X = C \cup F; C \cap F = \emptyset$ nên

$$P(X) = P(C) + P(F) = \frac{7}{20} + \frac{1}{6} = \frac{31}{60}.$$

Câu 11: Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Bình giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

a) Bình chắc chắn được 5 điểm.

b) Xác suất trả lời sai ở một câu là $\frac{3}{4}$.

c) Xác suất để Bình đạt đúng 8 điểm là $\left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.

d) Xác suất để Bình đạt được từ 9 điểm trở lên nhỏ hơn 0,0004.

Lời giải

a) Đúng: Bình giải chắc chắn đúng 10 câu nên Bình được chắc chắn 5 điểm.

b) Đúng: Xác suất khi đánh ngẫu nhiên đúng một câu trắc nghiệm là $\frac{1}{4}$.

Xác suất khi đánh ngẫu nhiên sai một câu trắc nghiệm là $\frac{3}{4}$.

c) Sai: Đề Bình đạt được đúng 8 điểm thì trong 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án phải đúng 6 câu, sai 4 câu.

Xác suất khi đánh ngẫu nhiên đúng một câu trắc nghiệm là $\frac{1}{4}$.

Xác suất khi đánh ngẫu nhiên sai một câu trắc nghiệm là $\frac{3}{4}$.

Chọn 6 câu trắc nghiệm để đáp đúng từ 10 câu trắc nghiệm có: C_{10}^6

Vậy, xác suất đề Bình đạt được đúng 8 điểm là $C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.

d) Sai: Đề Bình đạt được từ 9 điểm trở lên thì trong 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án phải đúng ít nhất 8 câu

Vậy, xác suất đề Bình đạt được từ 9 điểm trở lên là

$$C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \left(\frac{1}{4}\right)^9 \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = \frac{109}{262144} > 0,0004.$$

Câu 12: Lớp 11A1 có 50 học sinh, trong đó có 32 bạn thích học môn Toán, 17 bạn thích học môn Lịch Sử và 8 bạn thích cả hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Xác suất để bạn đó thích học môn Toán là $\frac{16}{25}$.

b) Xác suất để bạn đó thích cả môn Toán và môn Lịch Sử là $\frac{4}{25}$.

c) Xác suất để bạn đó thích môn Toán hoặc môn Lịch Sử là $\frac{41}{50}$.

d) Xác suất để bạn đó không thích cả môn Toán và môn Lịch Sử là $\frac{1}{50}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh thích học môn Toán”, B là biến cố “Học sinh thích học môn Lịch sử”.

a) Đúng: Ta có $n(A) = 32$ và $n(\Omega) = 50$ nên $P(A) = \frac{32}{50} = \frac{16}{25}$.

b) Đúng: $A \cap B$ là biến cố “Học sinh thích cả môn Toán và môn Lịch Sử”. Ta có $n(A \cap B) = 8$ và $n(\Omega) = 50$

nên $P(A \cap B) = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$.

c) Đúng: $A \cup B$ là biến cố “Học sinh thích môn Toán hoặc môn Lịch Sử”.



Theo công thức cộng xác suất, ta có:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{16}{25} + \frac{17}{50} - \frac{4}{25} = \frac{41}{50}.$$

d) Sai: $\overline{A \cup B}$ là biến cố “Học sinh không thích cả môn Toán và môn Lịch Sử”.

Theo tính chất xác suất, ta có: $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{41}{50} = \frac{9}{50}$.

Câu 13: Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2023 có môn thi bắt buộc là môn Toán. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với bốn phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm; mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Bạn Việt vì học rất kém môn Toán nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Các khẳng định sau đây khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Xác suất để bạn Việt làm đúng ở một câu là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất để bạn Việt làm sai ở một câu là $\frac{1}{3}$.

c) Bạn Việt làm được 7 điểm, khi đó bạn Việt làm đúng 30 câu và sai 20 câu.

d) Xác suất để bạn Việt đạt được 4 điểm môn Toán trong kì thi trên là $2,5 \cdot 10^{-6}$.

Lời giải

a) Đúng: Trong một câu có bốn phương án trả lời, có đúng một phương án đúng.

Suy ra xác suất để bạn Việt làm đúng ở một câu là $\frac{1}{4}$.

b) Sai: Trong một câu có bốn phương án trả lời, có ba phương án sai. Suy ra xác suất để bạn Việt làm sai ở một câu là $\frac{3}{4}$.

c) Sai: Gọi x là số câu đúng Việt chọn được. Việt được 7 điểm nên

$$0,2x - (50 - x) \cdot 0,1 = 7 \Leftrightarrow x = 40$$

d) Sai: Ta có $|\Omega| = 4^{50}$

Gọi x là số câu đúng Việt chọn được. Việt được 4 điểm nên $0,2x - (50 - x) \cdot 0,1 = 4 \Leftrightarrow x = 30$

Vậy xác suất Việt đạt 4 điểm môn Toán trong kì thi trên là

$$p = C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{20} = 1,3 \cdot 10^{-7}$$

Câu 14: Trong một công ty có 40 nhân viên, trong đó có 27 người thích chơi bóng bàn, 25 người thích chơi cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên trong công ty đó. Xác suất để người đó:

a) Thích chơi ít nhất một trong hai môn bóng bàn và cầu lông không vượt quá 100%.

b) Thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng bàn ít nhất là 25%.

c) Không thích chơi bóng bàn và không thích chơi cầu lông ít nhất là 2,5% .

d) Không thích chơi bóng bàn và không thích chơi cầu lông nhiều nhất là 25% .

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó thích chơi bóng bàn"; B là biến cố: "Người đó thích chơi cầu lông".

Theo bài ra ta có: $n(A) = 27, n(B) = 25$.

Gọi $x = n(\overline{AB}), y = n(AB), z = n(\overline{AB}), t = n(\overline{AB})$. Khi đó ta có:

$$\begin{cases} x + y = 27 \\ y + z = 25 \\ x + y + z + t = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - t = 12 \\ x + y = 27 \\ y + z = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12 \leq y \leq 25 \\ 0 \leq t \leq 25 - 12 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{12}{40} \leq P(AB) \leq \frac{25}{40} \\ 0 \leq P(\overline{AB}) \leq \frac{13}{40} \end{cases}$$

a) Đúng: Biến cố đối của biến cố $A \cup B$: "Người đó thích chơi ít nhất một trong hai môn bóng bàn và cầu lông" là biến cố $\overline{AB}$: "Người đó không thích chơi cầu lông và bóng bàn".

Ta có: $P(A) = \frac{27}{40}; P(B) = \frac{25}{40}$. Vậy $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{AB}) \leq 1$.

b) Sai: Ta cần tính $P(AB)$.

Ta có: $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{27}{40} + \frac{25}{40} - \left[1 - P(\overline{AB})\right] = \frac{12}{40} + P(\overline{AB}) \geq \frac{12}{40} = 30\%$

c) Sai: Ta cần tính $P(\overline{AB})$.

Ta có: $P(\overline{AB}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB) = P(AB) - \frac{12}{40} \geq 0$.

d) Sai: Ta cần tính $P(\overline{AB})$.

Ta có:

$$P(\overline{AB}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB) = P(AB) - \frac{12}{40} \leq \frac{25}{40} - \frac{12}{40} = \frac{13}{40} = 32,5\%$$

Câu 15: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Xác suất có thể xảy ra khi chọn 6 học sinh đi lao động. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Xác suất 6 học sinh được chọn đều là nam là $\frac{1}{5005}$

b) Xác suất có đúng 2 học sinh nam là $\frac{3}{143}$

c) Xác suất có cả nam và nữ là $\frac{618}{715}$



d) Xác suất có ít nhất 1 học sinh nữ là $\frac{5004}{5005}$

Lời giải

Số cách chọn ngẫu nhiên 6 học sinh: $n(\Omega) = C_{15}^6 = 5005$

a) Đúng: Xác suất 6 học sinh được chọn đều là nam.

Gọi A : “6 học sinh được chọn đều là nam”

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{5005}$$

b) Sai: Xác suất có đúng 2 học sinh nam.

Gọi B : “có đúng 2 học sinh nam”

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^2 \cdot C_9^4}{C_{15}^6} = \frac{54}{143}$$

c) Đúng: Xác suất có cả nam và nữ.

Gọi C : “có cả nam và nữ”

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^1 \cdot C_9^5 + C_6^2 \cdot C_9^4 + C_6^3 \cdot C_9^3}{C_{15}^6} = \frac{618}{715}$$

d) Sai: Xác suất có ít nhất 1 học sinh nữ.

Gọi D : “có ít nhất 1 học sinh nữ”

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{1}{C_{15}^6} = \frac{5004}{5005}$$

E BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1, 2, 3, 4, ..., 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn

Lời giải

Có 4 thẻ chẵn là $\{2; 4; 6; 8\}$ và 5 thẻ lẻ là $\{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Rút ngẫu nhiên 2 thẻ từ 9 thẻ thì có số cách là C_9^2 .

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi biến cố A : “Tích nhận được là số chẵn”.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^2 + C_4^1 \cdot C_5^1 = 26 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\omega)} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Câu 2: Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu xanh, các viên bi có đường kính khác nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi trong hộp. Tính xác suất để 5 viên bi được lấy ra có ít nhất 3 viên bi màu đỏ.

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi từ 10 viên bi trong hộp.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^5$.

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất 3 viên bi đỏ.

Trường hợp 1: Lấy 3 bi đỏ từ 4 bi đỏ và 2 bi xanh từ 6 bi xanh có $C_4^3 \cdot C_6^2$ cách.

Trường hợp 2: Lấy 4 bi đỏ từ 4 bi đỏ và 1 bi xanh từ 6 bi xanh có $C_4^4 \cdot C_6^1$ cách.

Suy ra $n(\Omega_A) = C_4^3 \cdot C_6^2 + C_4^4 \cdot C_6^1$.

Xác suất để 5 viên bi được lấy ra có ít nhất 3 viên bi màu đỏ bằng $P(A) = \frac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{42}$.

Câu 3: Biết rằng xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Khi đó xác suất sao cho trong ba lần sinh có ít nhất một lần sinh con trai (mỗi lần sinh 1 con) là:

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Trong ba lần sinh có ít nhất một lần sinh con trai”

Ta có $\bar{A}$ là biến cố: “Trong ba lần sinh đều là con gái”

Ta có $P(\bar{A}) = (1 - 0,51)^3 = 0,117649$. Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,882351$

Câu 4: Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}$. Biết rằng việc bắn súng của hai xạ thủ là độc lập với nhau. Xác suất của biến cố cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia là

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là các biến cố “xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia” và “xạ thủ thứ hai bắn trúng bia”. Khi đó A, B là hai biến cố độc lập. Áp dụng quy tắc nhân cho hai biến cố độc lập ta được:

Xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia là: $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.



Câu 5: Ba xạ thủ cùng bắn vào một mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là $0,6; 0,7; 0,8$. Xác suất có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

Lời giải

Gọi $X_1; X_2; X_3$ lần lượt là biến cố xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng mục tiêu.

Suy ra $\overline{X_1}; \overline{X_2}; \overline{X_3}$ lần lượt là biến cố xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba không bắn trúng mục tiêu.

Gọi B là biến cố ít nhất một xạ thủ bắn trúng, suy ra $B = X_1 \cup X_2 \cup X_3$ suy ra

$\overline{B} = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot \overline{X_3}$ là biến cố không xạ thủ nào bắn trúng.

Có $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(\overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot \overline{X_3}) = 1 - P(\overline{X_1}) \cdot P(\overline{X_2}) \cdot P(\overline{X_3}) = 1 - 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,2 = 0,976$.

Câu 6: Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút COVID-19. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là $0,1$ và của bệnh nhân Y là $0,2$. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập. Xác suất của biến cố cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bệnh nhân X bị biến chứng nặng”. Ta có $P(A) = 0,1$.

Gọi B là biến cố “Bệnh nhân Y bị biến chứng nặng”. Ta có $P(B) = 0,2$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02.$$

Câu 7: Một đề thi trắc nghiệm gồm 10 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Xác suất để thí sinh đó được 5 điểm là

Lời giải

Vì mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm nên để đạt được 5 điểm cần trả lời đúng 5 câu.

Do mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng nên xác suất trả lời đúng một câu hỏi là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời sai một câu hỏi là $\frac{3}{4}$.

Vậy xác suất thí sinh đạt được 6 điểm là $0,25^5 \cdot 0,75^5 \cdot C_{10}^5$

Câu 8: Trong dịp Tết Trung thu một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi “Ném vòng vào cổ chai lấy thưởng”. Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vòng vào cổ chai lần đầu là $0,75$. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là $0,6$. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là $0,3$. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

Lời giải

Gọi A là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai”, A_1 là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai lần đầu”, A_2 là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai lần thứ 2”, A_3 là biến cố “Ném được vòng vào cổ chai lần thứ ba”.

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3) = P(A_1) + P(\overline{A_1})P(A_2) + P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3) \\ = 0,75 + 0,25 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,81$$

Câu 9: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn bằng

Lời giải

Gọi biến cố A : “Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn”

Biến cố B : “Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn”

Biến cố C : “Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn”

$$\Rightarrow C = (A.B) \cup (\overline{A}.\overline{B})$$

Ta thấy $A.B$ và $\overline{A}.\overline{B}$ là hai biến cố xung khắc nên

$$P(C) = P[(A.B) \cup (\overline{A}.\overline{B})] = P[(A.B)] + P[(\overline{A}.\overline{B})]$$

Vì A, B là hai biến cố độc lập; áp dụng quy tắc nhân xác suất ta có:

$$P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Và } P(\overline{A}.\overline{B}) = P(\overline{A}).P(\overline{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

Câu 10: Một chiếc máy có 2 động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I chạy tốt và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,9 và 0,8. Tính xác suất để có ít nhất 1 động cơ chạy tốt.

Lời giải

Gọi A_i là động cơ thứ i chạy tốt.

Gọi A là biến cố “có ít nhất một động cơ chạy tốt”

$\overline{A}$ là biến cố “không động cơ nào chạy tốt”

$$\text{Ta có: } \overline{A} = \overline{A_1 A_2} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}) = (1-0,9)(1-0,8) = 0,02$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 0,98.$$

Câu 11: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2; vòng tròn 9 là 0,25 và vòng tròn 8 là 0,15. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xạ thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Tính Xác suất để xạ thủ này đạt loại giỏi



Lời giải

Gọi T là biến cố “Xạ thủ bắn đạt loại giỏi” và gọi A, B, C, D là các biến cố sau:

A : “Ba viên trúng vòng 10”

B : “Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9”

C : “Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9”

D : “Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8”

Các biến cố A, B, C, D là các biến cố xung khắc từng đôi một và $T = A \cup B \cup C \cup D$

Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có: $P(T) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$

Mặt khác: $P(A) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,008$

$P(B) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,25) + (0,2) \cdot (0,25) \cdot (0,2) + (0,25) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,03$

$P(C) = (0,2) \cdot (0,25) \cdot (0,25) + (0,25) \cdot (0,2) \cdot (0,25) + (0,25) \cdot (0,25) \cdot (0,2) = 0,0375$

$P(D) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,15) + (0,2) \cdot (0,15) \cdot (0,2) + (0,15) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,018$

Vậy xác suất để xạ thủ này đoạt loại giỏi là: $P(T) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 0,0935$

Câu 12: Có hai hộp chứa các viên bi chỉ khác nhau về màu. Hộp thứ nhất chứa 6 bi xanh, 3 bi vàng, 1 bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 bi xanh, 2 vàng, 3 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp hai viên bi. Tính xác suất để lấy được bốn viên bi màu xanh.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “hai bi lấy được ở hộp thứ nhất là bi màu xanh”.

Suy ra xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$.

Gọi B là biến cố: “hai bi lấy được ở hộp thứ hai là bi màu xanh”.

Suy ra xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$.

Gọi C là biến cố: “Bốn bi lấy được ở hai hộp là bi màu xanh”,

Suy ra: $C = A \cdot B$ mà A và B là hai biến cố độc lập. Suy ra xác suất của biến cố C là:

$P(C) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$.

Câu 13: Trong một trò chơi điện tử, xác suất để An thắng một trận là 0,4 (không có hòa). Số trận tối thiểu mà An phải chơi để thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn 0,95 là:

Lời giải

Xác suất để An thua một trận là: 0,6. Giả sử An chơi n trận thua cả n trận thì xác suất là: $(0,6)^n$

Khi đó xác suất để An thắng ít nhất 1 trận là: $1 - (0,6)^n$.

Theo yêu cầu bài toán: $1 - (0,6)^n > 0,95 \Leftrightarrow n > 5,86$.

Vậy số trận ít nhất mà An phải chơi là 6 trận.

Câu 14: Hai xạ thủ độc lập bắn vào một mục tiêu. Xác suất trúng mục tiêu của xạ thủ thứ nhất là 0,7. Xác suất trúng mục tiêu của xạ thủ thứ hai là 0,8. Xác suất để mục tiêu bị bắn trúng là

Lời giải

Gọi A_i là biến cố “Xạ thủ thứ i bắn trúng mục tiêu” với $i = 1, 2$.

Ta có: $P(A_1) = 0,7 \Rightarrow P(\overline{A_1}) = 0,3$; $P(A_2) = 0,8 \Rightarrow P(\overline{A_2}) = 0,2$.

Gọi X là biến cố “Mục tiêu bị bắn trúng”.

$$\Rightarrow P(X) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(A_2) \cdot P(\overline{A_1}) + P(A_1) \cdot P(A_2) = 0,7 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,8 = 0,94$$

Câu 15: Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Bình giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Tính xác suất để Bình đạt được đúng 8 điểm. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

Lời giải

Bình giải chắc chắn đúng 10 câu nên Bình được chắc chắn 5 điểm.

Để Bình đạt được đúng 8 điểm thì trong 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án phải đúng 6 câu, sai 4 câu.

Xác suất khi đánh ngẫu nhiên đúng một câu trắc nghiệm là $\frac{1}{4}$.

Xác suất khi đánh ngẫu nhiên sai một câu trắc nghiệm là $\frac{3}{4}$.

Chọn 6 câu trắc nghiệm để đáp đúng từ 10 câu trắc nghiệm có: C_{10}^6 (cách)

Vậy, xác suất để Bình đạt được đúng 8 điểm là $C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.